

Chapter 2: Boolean Algebra



By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfB9Ag>

<https://si-manual.com>

Chapter 2 Part 1 Content

- Logic Circuit
- Boolean Algebra (BA)
- Two-Value Boolean Algebra
- Boolean Algebra Postulate
- Proving Postulates by Using Truth Table
- Priority Operator
- Duality Principal
- Boolean Algebra: Basic Theorems
 - 1. Theorem 1 (Idempotency)
 - 2. Theorem 2 (NULL element for + and . Operator)
 - 3. Theorem 3 (Involution)
 - 4. Theorem 4 (Absorption)
 - 5. Theorem 5 (variant)
 - 6. Theorem 6 (DeMorgan)
 - 7. Theorem 7 (Consensus)

By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfB9Ag>

<https://si-manual.com>

Logic Circuit

- Logic circuit can be represented by a block with inputs on one side and outputs on the other side.

يمكن تمثيل الدوائر المنطقية بمجموعة مدخلات من جانب ومجموعة مخرجات من الجانب الآخر



- Input/output signals are discrete/digital, always represented by two voltages (high voltage/low voltage)

إشارات الإدخال أو الإخراج ال (منفصلة او رقمية) ، يتم تمثيلها دائمًا بجهدين (جهد عالي يمثل الواحد / و جهد منخفض يمثل الصفر)

- Difference between digital and analog

الفرق بين الإشارات الرقمية و الإشارات التناظرية



Advantage of Digital Circuit compared to Analog Circuit

- More reliable (simpler circuit, less noise)
- Give accuracy (can be determined)
- But slow response

مميزات الدوائر الرقمية مقارنة بالدائرة التناظرية

■ أكثر اعتمادية (لأن الدائرة الرقمية تكون أبسط ، و الضوضاء الناتجة عنها أقل)

■ تعطينا دقة أكثر (يمكن تحديد المخرج بشكل افضل في الدوائر الرقمية)

■ لكن المشكلة في الدوائر الرقمية هو بطء استجابتها (يعني رد فعلها للمدخل يكون بطيء)

Main advantage of two-valued logic circuits.

- Mathematical model – Boolean Algebra
- Assist in design, analysis, simplify logic circuit.

الميزة الرئيسية للدوائر المنطقية ذات القيمتين.

■ النموذج الرياضي - الجبر المنطقي

■ يساعدنا في تصميم وتحليل وتبسيط الدوائر المنطقية.

By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfb9Ag>

<https://si-manual.com>

Boolean Algebra (BA)

What is an Algebra? (e.g. algebra of integers)

- ♣ Set of elements (e.g. $0,1,2,\dots$)
- ♣ Set of operations (e.g. $+, -, *, \dots$)
- ♣ Postulates/axioms (e.g. $0+x=x, \dots$)

ما هو الجبر؟ (على سبيل المثال ، جبر الأعداد الصحيحة)
♣ مجموعة من العناصر (مثل ٠، ١، ٢ ، ...)
♣ مجموعة العمليات (على سبيل المثال + ، - ، * ، ...)
♣ المسلمات / البديهيات (على سبيل المثال ، $0 + س = س$ ، ...)

Boolean Algebra is taken from George Boole who used BA to study human logical reasoning-calculus proposition.

تم أخذ علم الجبر المنطقي من العالم جورج بول الذي استغل فترة دراسة درجة البكالوريوس لدراسة التفكير المنطقي البشري وحساب التفاضل والتكامل

Shannon introduced switching algebra (for two-value Boolean Algebra) i.e. two stable representation

قدم العالم شانون switching algebra (للجبر المنطقي ذي القيمتين) ، أي تمثيل للصفر و تمثيل اخر للواحد

By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfB9Ag>

<https://si-manual.com>

Boolean Algebra Postulate

Closure	For every x, y in B <ul style="list-style-type: none">• $x + y$ is in B• $x \cdot y$ is in B
Commutative Law	For every x, y in B <ul style="list-style-type: none">• $x + y = y + x$• $x \cdot y = y \cdot x$
Associative Law	For every x, y, z in B <ul style="list-style-type: none">• $(x + y) + z = x + (y + z) = x + y + z$• $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z) = x \cdot y \cdot z$
Identity	(0 and 1) <ul style="list-style-type: none">• $0 + x = x + 0 = x$ for every x in B• $1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ for every x in B
Distributive Law	For every x, y, z in B <ul style="list-style-type: none">• $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$• $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$
Complement	For every x in B, there exists element x' in B such that: <ul style="list-style-type: none">• $x + x' = 1$• $x \cdot x' = 0$

By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfB9Ag>

<https://si-manual.com>

Priority Operator

brackets	negation	and	or
()	'	.	+

By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfB9Ag>

<https://si-manual.com>

▪ Duality Principal

<i>and</i>	<i>or</i>
<i>or</i>	<i>and</i>
1	0
0	1

By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfB9Ag>

<https://si-manual.com>

▪ Boolean Algebra: Basic Theorems

- 1. Theorem 1 (Idempotency)
- 2. Theorem 2 (NULL element for + and . Operator)
- 3. Theorem 3 (Involution)
- 4. Theorem 4 (Absorption)
- 5. Theorem 5 (variant)
- 6. Theorem 6 (DeMorgan)
- 7. Theorem 7 (Consensus)

Boolean Algebra: Basic Theorems	
Theorem 1 (Idempotency)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $x + x = x$ ▪ $x \cdot x = x$ (by duality)
Theorem 2 (NULL element for + and . Operator)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $x + 1 = 1$ ▪ $x \cdot 0 = 0$
Theorem 3 (Involution)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $(x')' = x$
Theorem 4 (Absorption)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $x + x \cdot y = x$ ▪ $x \cdot (x + y) = x$
Theorem 5 (variant)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $x + x' \cdot y = x + y$ ▪ $x \cdot (x' + y) = x \cdot y$
Theorem 6 (DeMorgan)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $(x + y)' = x' \cdot y'$ ▪ $(x \cdot y)' = x' + y'$
Theorem 7 (Consensus)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $x \cdot y + x' \cdot z + yz = x \cdot y + x' \cdot z$ ▪ $(x + y) \cdot (x' + z) \cdot (y + z) = (x + y) \cdot (x' + z)$

By Eng. Emad Mahdy

WhatsApp: +201100184676

<https://www.youtube.com/channel/UC2VtseEd46wuDfmDXhfB9Ag>

<https://si-manual.com>